Simple Harmonic motion:-

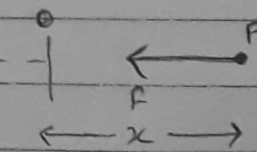
اگر کوئی مادہ (body) اپنی Equilibrium state کے ادھر ادھر ایک سیدھی لائن میں اسطرح حرکت کرتا ہے کہ اس پر لگنے والے restoring force مادے کے Eq سے مادے کے displac کے directly ہوتا ہے تب مادے کی چال SHM کہلاتی ہیں۔

* جب کوئی مادہ جسم اپنے وسطی مقام سے اسطرح حرکت کرتا ہیکہ اس پر لگنے والا restoring force جسم کے وسطی مقام سے جسم تک کی منتقلی کے راست متناسب (directly proportional) ہوتا ہے تب جسم کی چال/حرکت S.H.M کہلاتا ہے۔

S.H.M کے خصوصیات مندرجہ ذیل ہیں:-

a) the motion is Periodic.
b) The motion is along a straight line about the mean or Equilibrium position.
c) The acceleration is proportional to displacement
d) Acceleration is directed toward the mean or Equilibrium position.

Equation of motion of a Simple oscillator.



مان لیتے ہیں ایک ذرہ P ہے اور سمت m ہے جو Equilibriumposition سے x-axis کے along ہے۔

تریف کے مطابق force جو ذرے کے displacement کے راست متناسب ہوتی ہے۔

$F \propto -x$

Scanned with CamScanner

تو مان لیتے ہے کہ x مثبتی ہے O اور P کے درمیان

. F acting on P is given by

$$F \propto -x$$

$$F = -Kx \quad -(1)$$

where K is proportionality Constant which represent the force per Unit displacement. (-ve) Sign show that the force is opposite to the displacement.

Newton's کے دوسرے حرکی قانون کے مطابق

The restoring force on mass "m" produce an accelleration $\frac{d^2x}{dt^2}$ in the mass so, the mass

$$F = ma$$

$$F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \quad -(2)$$

مساوات (1) اور (2) سے

$$-Kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0.$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{K}{m}x.$$

ہم جانتے ہیں کہ $K/m = \omega^2$

لہٰذا

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x.$$

Scanned with CamScanner

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0} \quad \text{— (3)}$$

This is known as the differential Equation of simple harmonic oscillator.

Solution of Simple oscillator Equation:-

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = v\cdot\frac{dv}{dx}$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} = v.$$

Substituting the value of $\frac{d^2x}{dt^2}$ in Eqv (3)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$v\cdot\frac{dv}{dx} + \omega^2 x = 0$$

$$v\frac{dv}{dx} = -\omega^2 x.$$

$$\int v\,dv = -\omega^2 \int x\,dx$$

$$\frac{v^2}{2} = -\omega^2\cdot\frac{x^2}{2} + C$$

Applying boundry Contn

when $V=0$; $x = x_{max} = a$

$$0 = -\frac{\omega^2\cdot a^2}{2} + C$$

Scanned with CamScanner

$$C = \frac{\omega^2 a^2}{2}$$

Substituting the value of C.

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 a^2}{2}.$$

$$v^2 = \omega^2 a^2 - \omega^2 x^2$$

$$v^2 = \omega^2 (a^2 - x^2).$$

$$v = \omega \sqrt{(a^2 - x^2)}$$

In terms of "x"

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int \omega \, dt \qquad ; \sqrt{a - \sin^2\theta} = a\cos\theta.$$

$$x = a \sin\theta.$$

$$dx = a \cos\theta \, d\theta.$$

$$\int \frac{a \cos\theta}{a \cos\theta} d\theta = \omega t + C$$

$$\theta = \omega t + C$$

Displacement

$$x = a \sin(\omega t + \phi)$$

Displacement along y-axis

$$y = a \sin(\omega t + \phi).$$

Scanned with CamScanner